

# El conjunto de los números reales

**LIC. ARNOLDO ALFARO M.**

## A MANERA DE PRÓLOGO:

El noventa por ciento de los estudiantes (posiblemente más que ese noventa por ciento) opinan que “matemática es horrible”, que es la materia más difícil. Este mito se ha venido extendiendo como una plaga que menoscaba, que dificulta su enseñanza. Desgraciadamente existe en nuestro medio educativo una cantidad considerable de educadores que aprovechan esta circunstancia y contribuyen a crear un ambiente negativo en la enseñanza de esta materia. Casi nadie está de acuerdo en que es, como verdaderamente lo es, la más fácil, la más empleada. Convivimos con ella, desde el pequeñín que vende golosinas en la calle, hasta el más grande empresario, hacen cuentas de sus ingresos y egresos, de sus ganancias y sus pérdidas.

Por otra parte, además de convivir con ella, puede ser un excelente medio de ejercitación para la mente, para el desarrollo del pensamiento lógico. Existen miles de situaciones en las cuales podemos distraernos. El ejemplo siguiente puede servir: En una habitación rectangular, como es lógico, existen cuatro esquinas; en cada esquina está sentado un gato; frente a cada uno de los gatos están tres gatos. ¿Cuántos gatos hay en la habitación?

Y como éste, podemos enumerar muchos que pueden servir para hacer de la matemática una materia fácil, divertida, llena de situaciones sugestivas, atractivas, que nos hacen pensar con razonamiento lógico.

La gran mayoría de los estudiantes tienen serias dificultades en la comprensión del álgebra de los números reales. Sumar, restar, multiplicar, dividir o efectuar cualquier operación con expresiones algebraicas es una “misión casi imposible” y, contribuyendo a esta dificultad, el maestro que imparte las clases a partir de segundo año de secundaria considera que no es de su incumbencia enseñar a sumar, restar, o bien, cualquier operación con enteros, mucho menos con fracciones. Las lagunas dejadas en los últimos años de primaria y el primero de secundaria con relación a este tema, son fundamentalmente la clave para resolver este problema.

El presente trabajo está escrito con lenguaje sencillo, de fácil comprensión, sin frases rebuscadas ni difíciles, presentando además algunas situaciones que son de cumplimiento ineludible, que en todos los casos llevan a una realidad o a una situación irremisiblemente verdadera, es decir, son leyes de estricto cumplimiento. Considero que es un aporte para dar solución a semejante situación. Constituye un pequeño curso básico de aritmética. Elemental para comprender los temas subsiguientes de las matemáticas.

## ***EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS***

Probablemente desde que el hombre aparece sobre la faz de la tierra, tiene la necesidad de CUANTIFICAR las cosas que le rodean. El razonamiento, atributo natural del ser humano, le lleva a asignar un signo a cada número de cosas que le rodean, así, a un conjunto que tiene un elemento, asigna el número 1. Al conjunto con dos elementos asigna el número 2 y así sucesivamente, hasta un infinito número de elementos. De manera **natural**, surgen los números desde el 1 hasta un infinito número, es decir, **el conjunto de los números naturales**:

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \dots\}$$

Observamos que este conjunto tiene un primer elemento: el uno (1). No tiene último elemento.

Si a este conjunto agregamos **el cardinal del conjunto vacío** (el conjunto vacío tiene **cero elementos**, su cardinal es el **cero**), obtenemos otro conjunto: El conjunto de los números **cardinales**:

$$C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \dots\}$$

Este conjunto es cerrado con respecto a las operaciones de suma y multiplicación, es decir, **La suma de dos naturales, siempre es un número natural. El producto de dos números naturales siempre es un natural.**

No es así con respecto a la resta o sustracción: Si el minuendo es mayor que el sustraendo, no hay problema. Ej.:

$$12 - 7 = 5. \quad 20 - 4 = 16. \quad 8 - 3 = 5. \text{ Etc.}$$

Pero si el minuendo es menor que el sustraendo, la resta no es posible en los naturales. Este conjunto es insuficiente para resolver esta situación. Entonces surge otro conjunto:

**Los enteros negativos:**

$$E^- = \{\dots -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1\}$$

Este conjunto no tiene primer elemento. Su último elemento es el -1.

Si unimos estos tres conjuntos (Naturales, cardinales y enteros negativos), obtenemos **el conjunto de los números enteros (E)**:

$$E = \{\dots -12, -11, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$$

Como se puede observar, este conjunto no tiene ni primero ni último elemento.

**El conjunto de los números enteros es cerrado con respecto a la suma, a la resta o sustracción y a la multiplicación:**

- **La suma de dos o más enteros, es un entero.**
- **La diferencia de dos enteros, es un entero.**
- **El producto de dos o más enteros, es un entero.**

## **OPERACIONES EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS.**

### **LA SUMA O ADICIÓN:**

Antes que nada, interpretemos los enteros negativos como una deuda, así:

-5: debo cinco      -9: debo nueve.

En este sentido, los enteros positivos serian lo contrario:

5: Tengo cinco.    9: tengo nueve.

En consecuencia, sumar enteros positivos equivaldría a sumar lo que tengo:

$$9+5=14$$

Sumar enteros negativos equivaldría a sumar deudas, por lo que el resultado sería siempre **deudas**:

$$(-5)+(-9)=-14$$

Por esta razón:

**La suma de dos o más enteros positivos siempre es un entero positivo:**

$$\begin{array}{r} 13+7+25+326+10= 381 \\ 1200+36+4 \quad = 1240 \end{array}$$

**La suma de dos o más enteros negativos siempre es un entero negativo:**

$$\begin{array}{r} (-13)+(-7)+(-326)+(-10) = -381 \\ (-1200)+(-36)+(-4) \quad = -1240 \end{array}$$

Hasta ahora tenemos todos los sumando con signos iguales: Todos positivos o bien todos negativos. Pero puede ocurrir que los sumandos tengan signos diferentes:

Si dos sumandos tienen signos diferentes, se restan y al total se pone el signo del sumando que tiene mayor valor absoluto:

$$\begin{array}{r}
 36 + (-96) = -60 \\
 -96 \\
 +36 \\
 \hline
 -60
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 (-75) + 97 = 22 \\
 97 \\
 - 75 = \\
 \hline
 22
 \end{array}$$

Si existen más de dos sumandos con signos diferentes:

Se asocian todos los enteros positivos. Se asocian todos los enteros negativos.

Se suman todos los enteros positivos e igual se hace con los enteros negativos.

Quedan dos sumandos: uno positivo y otro negativo.

Finalmente se restan estos dos sumandos y al total se pone el signo del sumando con mayor valor absoluto.

$$\begin{aligned}
 & 35 + (-25) + (-12) + 9 + (-15) + 13 \\
 = & 35 + 9 + 13 + (-25) + (-12) + (-15) \\
 = & 57 + (-52) \\
 = & 5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (-9) + 7 + 8 + (-3) + (-48) + 12 \\
 = & 7 + 8 + 12 + (-9) + (-3) + (-48) \\
 = & 27 + (-60) \\
 = & -33
 \end{aligned}$$

En la suma con enteros podemos prescindir de los paréntesis, de manera tal que:

$$(-5) + 9 \text{ equivale a } -5+9. \quad 18 + (-8) \text{ equivale a } 18 - 8$$

$$(-9) + (-6) + (-12) + (-3) \text{ equivale a } -9-6-12-3$$

$$(-48) + 27 + 5 + (-32) \text{ equivale a } -48 + 27 + 5 - 32$$

Efectuar las operaciones siguientes:

1.  $-36 + 25 + -69 + -123 + 58 + 9 - 62$
2.  $128 + 15 - 96 + 68 - 39 - 65 + 38$
3.  $-658 + 26 + 98 - 36 - 89 + 125 + 13$
4.  $-45 - 69 - 46 - 168 - 2 - 9 - 269$
5.  $76 + 4589 + 8 + 352 + 4 + 68$
6.  $9 + 65 + 132 + 8 + 6932 + 8$
7.  $-45 - 69 - 123 + 45 + 136 + 9$
8.  $-985 + 9 + 86 - 36 - 9 + 326$
9.  $589 - 6 - 68 + 63 + 5 - 623$
10.  $15 + 36 - 63 - 98 + 129 - 923$

## LA RESTA O SUSTRACCIÓN:

La resta o sustracción no es más que **la suma del minuendo más el opuesto del sustraendo.**

El opuesto de un entero es el mismo entero pero con signo contrario, así:

El opuesto de 9 es  $-9$ .      El opuesto de 27 es  $-27$ .      El opuesto de  $-5$  es 5  
El opuesto de  $-12$  es 12      El opuesto de  $-6$  es 6      El opuesto de 15 es  $-15$

Para todo  $a, b$  en los enteros  $a - b = a + (-b)$

En la expresión “De  $a$  restar  $b$ ”,  $a$  es el minuendo y  $b$  es el sustraendo. Esta expresión equivale a decir “Restar  $b$  de  $a$ ”.

Restar 5 de  $-4$ :      Minuendo:  $-4$ .      Sustraendo: 5

$$-4 - 5 = -4 + (-5) = -9$$

En la resta o sustracción de dos enteros, se pueden dar cuatro posibilidades:

1. **El minuendo y el sustraendo son positivos.**
2. **El minuendo es positivo y el sustraendo es negativo.**
3. **El minuendo es negativo y el sustraendo es positivo.**
4. **El minuendo y el sustraendo son negativos.**

**Minuendo y sustraendo positivos:** En este caso la resta se efectúa sin hacer uso del cambio de signo del sustraendo. Si el minuendo es mayor que el sustraendo, la diferencia es un entero positivo. Si el minuendo es menor que el sustraendo, la diferencia es un entero negativo.

$$\begin{aligned} 17 - 5 &= 12 \\ 32 - 23 &= 9 \\ 45 - 10 &= 35 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12 - 32 &= -20 \\ 10 - 45 &= -35 \\ 60 - 70 &= -10 \end{aligned}$$

**Minuendo positivo y sustraendo negativo:** El opuesto del sustraendo es un entero positivo, por lo que queda la suma de dos enteros positivos y en consecuencia, la diferencia será siempre un entero positivo:

$$a - (-b) = a + b$$

$$\begin{aligned} 12 - (-8) &= 12 + 8 = 20 \\ 15 - (-32) &= 15 + 32 = 47 \\ 45 - (-80) &= 45 + 80 = 125 \end{aligned}$$

### Minuendo negativo y sustraendo positivo:

Si el sustraendo es positivo, su opuesto es negativo, por lo que queda la suma de dos enteros negativos, en consecuencia, la diferencia siempre es un entero negativo:

$$-7 - 9 = -7 + (-9) = -16$$

Nota: se puede efectuar directamente:

$$-7 - 9 = -16$$

$$-12 - 8 = -20$$

$$-9 - 5 = -14$$

$$-35 - 8 = -43$$

### Minuendo y sustraendo negativos:

Si el sustraendo es negativo, su opuesto es positivo, por lo tanto, queda la suma de un entero negativo con uno positivo y la diferencia puede ser un entero positivo o un entero negativo, dependiendo de que el valor absoluto del minuendo sea mayor o menor que el sustraendo:

$$-7 - (-5) = -7 + 5 = -2$$

$$-5 - (-7) = -5 + 7 = 2$$

$$-12 - (-9) = -12 + 9 = -3$$

$$-15 - (-30) = -15 + 30 = 15$$

$$-32 - (-21) = -32 + 21 = -11$$

El minuendo se acompaña de la preposición **de** y el sustraendo de **restar**, así:

De 7 restar -3 equivale a:

Restar -3 de 7:

$$7 - (-3) = 7 + 3 = 10$$

Restar 12 de -24:

$$-24 - 12 = -36$$

De 15 restar -17:

$$15 - (-17) = 15 + 17 = 32$$

Restar 35 de -40:

$$-40 - 35 = -75$$

EJERCICIOS:

CALCULAR LAS DIFERENCIAS SIGUIENTES :

$$-17 - (-25)$$

$$32 - (-64)$$

$$75 - 87$$

$$64 - (-96)$$

$$-87 - (-65)$$

$$-64 - (-27)$$

$$87 - (-98)$$

$$95 - 64$$

$$54 - 45$$

$$96 - (-76)$$

$$-54 - (-36)$$

$$-23 - (-54)$$

$$-63 - 36$$

$$-87 - 64$$

$$-45 - 54$$

### **LA MULTIPLICACIÓN:**

En la multiplicación, puede ocurrir que todos los factores sean enteros positivos, todos los factores sean enteros negativos o existan factores positivos y factores negativos, además, pueden haber dos factores o pueden haber tres y más factores.

#### **Si solamente hay dos factores:**

Dos factores con signos iguales siempre dan un producto positivo. Es decir:

$$+ \cdot + = +; \quad (-)(-) = +$$

$$7 \times 8 = 56$$

$$6 \times 5 = 30$$

$$(-7)(-3) = 21$$

$$(-9)(-4) = 36$$

Dos factores con signos diferentes dan siempre un producto negativo. Es decir:

$$(-) \cdot + = -; \quad +(-) = -$$

$$(-5) \times 7 = -35$$

$$12 * (-5) = -60$$

#### **Si hay más de dos factores:**

El producto de un número par de factores negativos, es positivo:



$$(-5)*7*(-2)*(-3)*4*(-10) = 8400$$

$$(-4)*(-3)*5*8*(-7)*(-5)*3*(-1)*(-2) = 100800$$

$$(-9)*6*(-2)*(-1)*(-7) = 756$$

El producto de un número impar de factores negativos es siempre un número negativo:

$$(-6)*7*(-8)*12*6*(-9) = -217728$$

$$5*6*(-9)*8*(-1)*(-1)*4*(-9)*(-5) = -388800$$

$$3*(-1)*(-9)*(-6)*7 = -1134$$

### Problema resuelto

La cuenta corriente de Juan tiene saldo cero por lo que decide usar su línea de crédito para pagar a sus once trabajadores. Si a cada uno le dio un cheque por 105 córdobas, ¿cuál es el saldo de la cuenta después que todos los trabajadores cobraron su cheque?

#### Solución

**Resuelve los siguientes problemas indicando en cada caso:**

- (a) El procedimiento.
- (b) La operación con su resultado.
- (c) La respuesta del problema.

#### Problema 1:

Lucas debe 375 córdobas a cada uno de sus siete amigos. ¿Cuánto debe en total?

#### Problema 2:

El congelador de mi casa, que estaba a  $0^{\circ}\text{C}$  de temperatura, ha descendido un promedio de  $-5^{\circ}\text{C}$  cada hora. ¿A qué temperatura estará el congelador de mi casa después de 6 horas?

#### Problema 3:

Catalina rindió una prueba de selección múltiple, en la cual por cada respuesta incorrecta, o no contestada, se le asignaban  $-5$  puntos. Si Catalina no respondió tres preguntas y contestó mal 15, ¿cuántos puntos obtuvo por estas preguntas?

#### Problema 4:

El edificio Copacabana tiene siete subterráneos todos de igual altura. Si el piso del primer subterráneo está a  $-5$  metros, ¿a cuántos metros estará el piso del séptimo subterráneo?

#### Problema 5:

Javiera y su hermana juegan con dos dados. Si al lanzar los dados hay dos números iguales ganan 20 puntos y si los dos números son

El nuevo saldo, negativo, será el producto del número de cheques que giró por el monto de cada cheque: multiplicar 11 por  $-105$ :  
 $11 \times (-105) = -1155$ .  
 El nuevo saldo es de  $-1155$  córdobas.

distintos reciben  $-3$  puntos, esto es, tienen 3 puntos en contra. Javiera tiró los dados 17 veces y en 15 oportunidades los números de los dados eran distintos. ¿Cuántos puntos en contra tiene Javiera en estos 17 juegos?

**Realiza las siguientes operaciones:**

1.  $27 \cdot (-765) =$
2.  $(-888) \cdot 22 =$
3.  $2220 \cdot (-91) =$
4.  $267 \cdot (-15) =$
5.  $316 \cdot (-17) =$
6.  $716 \cdot (-81) =$

## LA DIVISIÓN:

**En la división, se sigue el mismo proceso con los signos que con la multiplicación.**

$$+ / + = +, \quad + / - = -, \quad - / + = -, \quad - / - = +$$

$$10 / 5 = 2; 15 / -3 = -5;$$

$$-8 / 2 = -4; -6 / -2 = 3$$

## **Problema resuelto**

Cierta día, José tiene su cuenta corriente con saldo negativo de  $-3700$  córdobas. Para que no le cobren intereses debe cancelar en cuatro cuotas iguales. Cuánto abonó en cada cuota?

**Solución:**

Para conocer el valor de cada cuota se debe dividir el saldo (negativo) entre el número de cuotas (4):

$$\begin{array}{r} - 3700 \quad | \quad 4 \quad \underline{\hspace{2cm}} \\ \quad 10 \quad - 925 \\ \quad 20 \\ \quad 0 \end{array}$$

Respuesta: debe abonar en cada cuota 925 córdobas

## Gracias por visitar este Libro Electrónico

Puedes leer la versión completa de este libro electrónico en diferentes formatos:

- HTML(Gratis / Disponible a todos los usuarios)
- PDF / TXT(Disponible a miembros V.I.P. Los miembros con una membresía básica pueden acceder hasta 5 libros electrónicos en formato PDF/TXT durante el mes.)
- Epub y Mobipocket (Exclusivos para miembros V.I.P.)

Para descargar este libro completo, tan solo seleccione el formato deseado, abajo:

