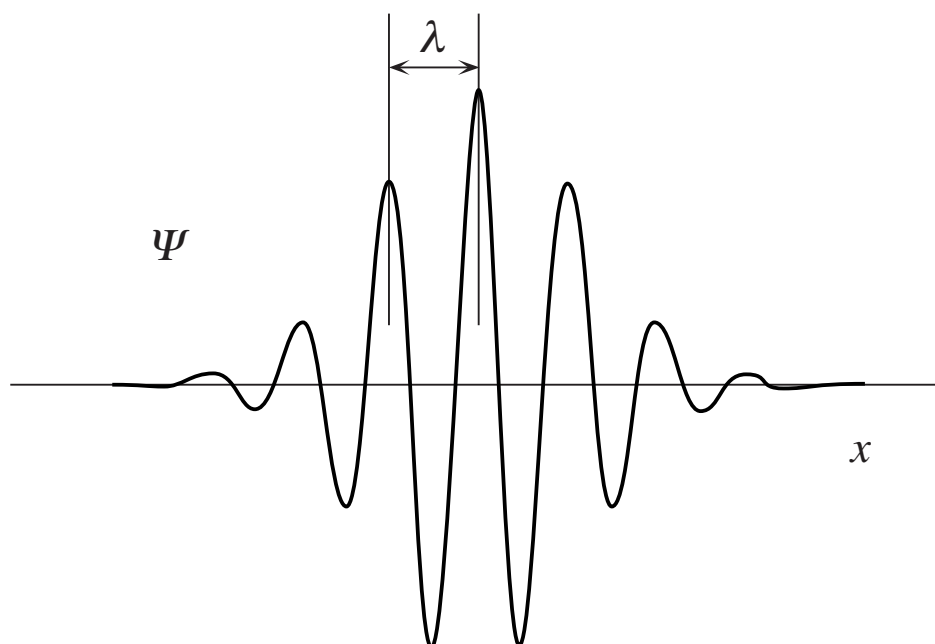


INTRODUCCIÓN A LA MECÁNICA CUÁNTICA

JULIO GRATTON



PRÓLOGO

Las presentes notas se basan en los apuntes que preparé en 2000 para el Curso de Física 4, y hacen pareja con *Termodinámica e Introducción a la Mecánica Estadística*. El estudiante debería leer ambas pues son complementarias. Esta edición ha sido ampliada considerablemente respecto de la versión primitiva. Usamos siempre las unidades gaussianas en el desarrollo de la teoría. Sin embargo, al considerar ejemplos y al dar valores numéricos se emplean a veces unidades prácticas o que pertenecen a otros sistemas. Por lo tanto el lector debe tener el debido cuidado en el empleo de las fórmulas.

Existe una extensa bibliografía que el estudiante puede consultar con provecho. Si bien todos los temas del programa de Física 4 se tratan en estas notas y en *Termodinámica e Introducción a la Mecánica Estadística*, se recomienda a los estudiantes que consulten y lean otros textos, para familiarizarse con la literatura y dado que algunos temas se tratan en ellos con mayores detalles o con enfoques diferentes. Asimismo, es fascinante conocer la historia de la Mecánica Cuántica, para apreciar cómo se fueron desarrollando los conceptos que se introducen en el Curso. El alumno no debe desdeñar obras que se han escrito hace ya muchos años, pues muchas de ellas son excelentes, y a veces mejores que otras más recientes. Entre los innumerables libros que se han escrito sobre la Mecánica Cuántica puedo indicar los siguientes:

(a) de carácter introductorio:

1. R. Eisberg y R. Resnik, *Física Cuántica*, Limusa
2. L. R. Argüello, *Física Moderna*, Answer Just in Time.
3. J. C. Wilmott, *Física Moderna*, Limusa.
4. R. Eisberg, *Fundamentos de Física Moderna*, Limusa.
5. S. Borowitz, *Fundamentals of Quantum Mechanics*, Benjamin.
6. R. H. Dicke y J. P. Wittke, *Introduction to Quantum Mechanics*, Addison-Wesley.
7. R. P. Feynman, R. B. Leighton y M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics, Vol 3, Quantum Mechanics*, Addison-Wesley.
8. F. Mandl, *Quantum Mechanics*, Butterworths.
9. D. Park, *Introduction to Quantum Theory*, Mc Graw-Hill.
10. S. Gasiorowicz, *Quantum Physics*, Wiley.

(b) más avanzados:

11. G. Baym, *Lectures in Quantum Mechanics*, Benjamin.
12. D. Bohm, *Quantum Theory*, Prentice-Hall.
13. A. S. Davydov, *Quantum Mechanics*, Addison-Wesley.
14. P. A. M. Dirac, *The Principles of Quantum Mechanics*, Oxford.
15. L. D. Landau y E. M. Lifschitz, *Quantum Mechanics (Nonrelativistic Theory)*, Addison-Wesley.
16. A. Messiah, *Quantum Mechanics*, Wiley.
17. E. Merzbacher, *Quantum Mechanics*, Wiley.
18. L. I. Schiff, *Quantum Mechanics*, Mc. Graw-Hill.

(c) de carácter histórico, excelentes aunque requieren un buen conocimiento de la Mecánica Cuántica para ser apreciados en todo su valor:

19. A. Pais, "*Subtle is the Lord ...*", Oxford.
20. A. Pais, *Inward bound*, Oxford.

21. A. Pais, *Niels Bohr's times*, Oxford.

También puede resultar provechoso consultar las diferentes voces en la *Encyclopaedia Britannica*, dado que han sido escritas por distinguidos especialistas, así como realizar búsquedas en la Web.

Pido disculpas por las erratas que pueden haber quedado en en estas notas pese a la revisión y agradeceré que se me ponga al corriente de las que fueran detectadas.

Julio Gratton

Buenos Aires, enero de 2003.

INDICE

| | |
|--|-----------|
| 1. Introducción | 1 |
| 2. Naturaleza atómica de la materia y la electricidad | 3 |
| La hipótesis atómica | 3 |
| Evidencias de la naturaleza atómica de la materia | 3 |
| Pesos atómicos y la Tabla Periódica de los elementos | 5 |
| La Teoría Cinética | 5 |
| Tamaño de los átomos | 6 |
| La atomicidad de la carga eléctrica | 7 |
| Los rayos catódicos | 7 |
| El electrón | 8 |
| El experimento de Millikan y la cuantificación de la carga | 8 |
| 3. Estructura atómica | 10 |
| Cargas atómicas positivas | 10 |
| La dispersión de rayos X y la cantidad de electrones de cada átomo | 10 |
| El modelo atómico de Thomson | 12 |
| Radioactividad | 13 |
| La dispersión de partículas α por los átomos y el fracaso del modelo de Thomson | 13 |
| El modelo de Rutherford y el núcleo atómico | 15 |
| La constante que está faltando | 18 |
| 4. Radiación, fotones y la constante de Planck | 20 |
| Introducción | 20 |
| La teoría de Planck de la radiación de cuerpo negro | 20 |
| El postulado de Planck | 23 |
| El efecto fotoeléctrico | 23 |
| Teoría cuántica de Einstein del efecto fotoeléctrico | 25 |
| El efecto Compton | 27 |
| La emisión de rayos X | 31 |
| Creación y aniquilación de pares | 33 |
| La naturaleza dual de la radiación electromagnética | 35 |
| 5. La Teoría Cuántica Antigua | 37 |
| Introducción | 37 |
| El espectro atómico | 37 |
| Los postulados de Bohr | 38 |
| Teoría de Bohr del átomo con un electrón | 39 |
| El espectro de líneas de rayos X | 43 |
| Refinamientos del modelo de Bohr | 44 |
| El principio de correspondencia | 48 |
| El experimento de Franck y Hertz | 49 |
| Constantes fundamentales, consideraciones dimensionales y escalas | 51 |
| Crítica de la Teoría Cuántica Antigua | 52 |

| | |
|---|------------|
| 6. Propiedades ondulatorias de la materia | 53 |
| El postulado de Broglie | 53 |
| Algunas propiedades de las ondas piloto | 54 |
| El experimento de Davisson y Germer | 56 |
| Interpretación de la regla de cuantificación de Bohr | 57 |
| El principio de incerteza | 58 |
| Interpretación física de Heisenberg del principio de incerteza | 62 |
| La relación de incerteza entre la energía y el tiempo | 63 |
| La dispersión de un paquete de ondas | 64 |
| El principio de complementaridad | 65 |
| 7. La teoría de Schrödinger | 68 |
| Introducción | 68 |
| La ecuación de Schrödinger | 68 |
| Interpretación de la función de onda | 70 |
| La ecuación de Schrödinger independiente del tiempo | 72 |
| Cuantificación de la energía en la teoría de Schrödinger | 73 |
| Valores esperados y operadores diferenciales | 76 |
| Propiedades matemáticas de operadores lineales en espacios funcionales | 79 |
| 8. El formalismo de la Mecánica Cuántica | 87 |
| Introducción | 87 |
| Propiedades de las funciones de onda y de las autofunciones de la energía | 88 |
| Normalización en una caja | 90 |
| Relaciones de conmutación | 90 |
| Autoestados de una variable dinámica | 91 |
| Mediciones simultáneas y operadores que conmutan | 92 |
| Las relaciones de incerteza de Heisenberg | 94 |
| Constantes del movimiento y ecuaciones del movimiento para operadores | 95 |
| El límite clásico | 97 |
| Representación coordenadas y representación impulsos | 98 |
| Transformaciones unitarias | 100 |
| 9. Soluciones de la ecuación de Schrödinger | 103 |
| Introducción | 103 |
| La partícula libre | 103 |
| El potencial escalón | 106 |
| Penetración de una barrera de potencial | 110 |
| El oscilador armónico simple | 114 |
| 10. Fuerzas centrales, momento angular y átomo de hidrógeno | 118 |
| Introducción | 118 |
| Propiedades del momento angular | 118 |
| Magnitud del momento angular | 119 |
| Traslaciones y rotaciones infinitesimales y sus generadores | 120 |
| Fuerzas centrales y conservación del momento angular | 121 |

| | |
|---|------------|
| Energía cinética y momento angular | 121 |
| Reducción del problema de fuerzas centrales | 122 |
| Dependencia angular de las autofunciones | 123 |
| El problema de autovalores para L_z y la cuantificación espacial | 125 |
| Teoría elemental del efecto Zeeman | 125 |
| Autovalores y autofunciones de L^2 | 126 |
| La ecuación radial | 131 |
| Estados ligados de átomos con un solo electrón | 133 |
| 11. El Spin | 138 |
| El momento angular intrínseco | 138 |
| La evidencia espectroscópica | 138 |
| La hipótesis de Uhlenbeck y Goudsmit | 139 |
| El experimento de Stern y Gerlach | 140 |
| El spin como una variable dinámica | 142 |
| Los spinores y la teoría del spin en forma matricial | 144 |
| Spin y rotaciones | 146 |
| Las matrices de Pauli | 150 |
| Operadores de momento magnético y momento angular intrínseco | 152 |
| 12. Átomos con varios electrones, el Principio de Exclusión y la Tabla Periódica | 156 |
| Descripción de un átomo con varios electrones | 156 |
| El método del campo autoconsistente | 159 |
| Propiedades de los elementos | 161 |
| El Principio de Exclusión | 164 |
| El Principio de Exclusión y la estructura atómica | 165 |
| La unión química y otras interacciones entre átomos | 170 |
| 13. Partículas idénticas | 183 |
| La indistinguibilidad y la función de onda de un sistema de varias partículas idénticas | 183 |
| Funciones de onda simétricas y antisimétricas | 185 |
| Bosones y Fermiones | 186 |
| Sistemas de partículas independientes | 187 |
| El Principio de Exclusión de Pauli | 188 |
| Las interacciones de intercambio | 189 |
| El átomo de helio | 196 |
| 14. Segunda cuantificación | 200 |
| Segunda cuantificación de sistemas de Bosones | 200 |
| Segunda cuantificación de sistemas de Fermiones | 213 |
| Ecuaciones de movimiento para operadores de campos de Fermiones y Bosones | 219 |
| Conexión de la segunda cuantificación con la Teoría Cuántica de Campos | 221 |
| El método de Hartree-Fok | 223 |
| 15. Las Estadísticas Cuánticas | 229 |
| El límite clásico | 229 |
| La función de partición de un sistema de partículas idénticas sin interacción | 230 |

| | |
|--|-----|
| Las distribuciones de Bose-Einstein y de Fermi-Dirac | 232 |
| El gas perfecto de Bosones | 233 |
| El gas de fotones y la radiación de cuerpo negro | 242 |
| La emisión y absorción de fotones | 246 |
| El gas perfecto de Fermiones | 257 |
| El modelo de electrón libre de los metales | 263 |
| El equilibrio de las enanas blancas | 265 |

1. INTRODUCCIÓN

La Mecánica Cuántica se ocupa del comportamiento de la materia y la radiación en las escalas atómica y subatómica. De esta forma procura describir y explicar las propiedades de las moléculas, los átomos y sus constituyentes: electrones, protones, neutrones, y otras partículas más esotéricas como los quarks y los gluones. Esas propiedades incluyen las interacciones de las partículas entre sí y con la radiación electromagnética.

El comportamiento de la materia y la radiación en la escala atómica presenta aspectos peculiares; de acuerdo con ello las consecuencias de la Mecánica Cuántica no siempre son intuitivas ni fáciles de entender. Sus conceptos chocan con las nociones que nos resultan familiares porque derivan de las observaciones cotidianas de la naturaleza en la escala macroscópica. Sin embargo, no hay razones en virtud de las cuales el comportamiento del mundo atómico y subatómico deba seguir las mismas pautas que los objetos de nuestra experiencia diaria.

El desarrollo de las ideas básicas de la Mecánica Cuántica comenzó a principios del siglo pasado, como consecuencia de una serie de descubrimientos y observaciones que pusieron en evidencia las graves dificultades de la Física Clásica para interpretar las propiedades del átomo y sus partes constituyentes así como las propiedades de la radiación electromagnética y su interacción con la materia. Esos descubrimientos revolucionaron las nociones hasta entonces sustentadas por los físicos y plantearon una asombrosa cantidad de enigmas, cuya solución obligó a realizar un profundo replanteo de los fundamentos y conceptos básicos de la Física.

El estudio de la Mecánica Cuántica es importante por varias razones. En primer lugar porque pone de manifiesto la metodología esencial de la Física. En segundo lugar porque tuvo un éxito formidable ya que permitió dar respuestas válidas a casi todos los problemas en los cuales se la ha aplicado. En tercer lugar porque es la herramienta teórica básica para numerosas disciplinas de gran importancia, como la Química Física, la Física Molecular, Atómica y Nuclear, la Física de la Materia Condensada y la Física de Partículas.

Subsiste, sin embargo, una curiosa paradoja alrededor de la Mecánica Cuántica. A pesar de su notable éxito en todas las cuestiones de interés práctico en las que se la ha aplicado, sus fundamentos contienen aspectos aún no aclarados en forma completamente satisfactoria. En particular, cuestiones relacionadas con el proceso de medición.

Una característica esencial de la Mecánica Cuántica, que la diferencia de la Mecánica Clásica, es que en general es imposible por razones de principio, efectuar una medición sobre un sistema sin perturbarlo. Pero los detalles de la naturaleza de esta perturbación, y el punto exacto en que ella ocurre son asuntos aún oscuros y controvertidos. Por estos motivos la Mecánica Cuántica atrajo algunos de los más brillantes científicos del siglo XX, que han erigido con ella un majestuoso y elegante edificio intelectual.

Este es un curso introductorio. Por lo tanto pondremos el énfasis sobre el desarrollo de los conceptos básicos de la Mecánica Cuántica, sin entrar en los detalles de algunas técnicas de cálculo y formalismos, dado que estos temas se estudian en otros cursos.

En los Capítulos 2 a 4 de estas notas pasaremos revista a estos temas desde una perspectiva histórica, y mostraremos que el comportamiento de las partículas atómicas y de la radiación no se puede describir adecuadamente mediante las nociones clásicas de partícula y onda. Estos conceptos, que derivan de la experiencia a nivel macroscópico, no son adecuados en la escala atómica y por lo tanto deben ser abandonados y reemplazados por una nueva teoría, que es precisamente la Mecánica Cuántica. Por razones de espacio no entraremos en los detalles prácticos y

técnicos de los experimentos que contribuyeron a echar las bases de la Mecánica Cuántica y en cambio sugerimos al lector que recurra a la bibliografía para satisfacer su natural curiosidad. Recomendamos enfáticamente que realice estas lecturas complementarias para adquirir una adecuada cultura científica.

En el Capítulo 5 presentamos a la Teoría Cuántica Antigua, por su interés histórico y porque constituyó, a pesar de sus falencias, el primer intento exitoso en resolver algunos de los problemas y paradojas surgidas del estudio del átomo.

En los Capítulos 6 y 7 introducimos las ideas fundamentales de la Mecánica Cuántica moderna, y en los siguientes Capítulos desarrollamos el formalismo de la teoría y mostramos su aplicación por medio de algunos ejemplos.

Estas notas dejan de lado gran parte de las extensiones y aplicaciones de la Mecánica Cuántica. En particular, no tratamos ni la Mecánica Cuántica Relativística, ni las Teorías de Campos. Tampoco incursionamos en las aplicaciones al núcleo atómico, a las partículas subnucleares y a la materia condensada.

2. NATURALEZA ATÓMICA DE LA MATERIA Y LA ELECTRICIDAD

La hipótesis atómica

El concepto del átomo, en la forma que fuera aceptado por los científicos desde 1600 hasta 1900, se basó en las ideas de filósofos griegos del siglo V AC. Fueron Leucippo de Mileto y su discípulo Demócrito de Abdera quienes originaron la filosofía atómica, introduciendo la noción de un constituyente último de la materia, que denominaron *átomo* (es decir, *indivisible* en la lengua griega). Demócrito creía que los átomos eran uniformes, sólidos, duros, incompresibles e indestructibles y que se movían en número infinito por el espacio vacío; según sus ideas, las diferencias de forma y tamaño de los átomos determinaban las propiedades de la materia. Estas especulaciones fueron luego continuadas por Epicuro de Samos.

Si bien la teoría atómica griega es significativa del punto de vista histórico y filosófico, carece de valor científico, pues no se funda en observaciones de la naturaleza, ni en mediciones, pruebas y experimentos. Para los griegos, la ciencia constituía tan sólo *un* aspecto de su sistema filosófico, mediante el cual buscaban una teoría general que explicara el Universo. Con este fin ellos usaban casi exclusivamente la matemática y el razonamiento, cuando hablaban de la Física. Fue así que Platón y Aristóteles atacaron la teoría atómica sobre bases filosóficas y no científicas. En efecto, mientras Demócrito creía que la materia no se podía mover en el espacio sin el vacío, y que la luz consistía del rápido movimiento de partículas a través del vacío, Platón rechazaba la idea que atributos como “bondad” o “belleza” fueran simplemente “manifestaciones mecánicas de átomos materiales”. Del mismo modo, Aristóteles no aceptaba la existencia del vacío, pues no podía concebir que los cuerpos cayeran con igual rapidez en un vacío. El punto de vista Aristotélico prevaleció en la Europa medioeval, y la ciencia de los teólogos Cristianos se basó en la revelación y la razón, motivo por el cual las ideas de Demócrito fueron repudiadas por considerárselas materialistas y ateas.

Evidencias de la naturaleza atómica de la materia

Con el Renacimiento dio comienzo la nueva ciencia experimental, y se pusieron en duda los puntos de vista Aristotélicos hasta entonces dominantes. Tan pronto como Galileo expresó su creencia de la existencia del vacío (en 1638), los científicos comenzaron a estudiar las propiedades del aire y del vacío (parcial), para poner a prueba los méritos relativos de la ortodoxia Aristotélica y de la teoría atómica. Así fue que Robert Boyle en 1658 comenzó sus estudios sistemáticos sobre la elasticidad del aire que lo llevaron a establecer en 1662 la Ley que lleva su nombre¹. Como conclusión de sus experimentos, Boyle escribió que toda materia está constituida por partículas sólidas de una única clase, dispuestas en *moléculas* de modo de dar a los materiales sus diferentes propiedades. Cuarenta años después, en 1704, Isaac Newton, en su libro *Optiks*, expuso su visión del átomo, semejante a las de Demócrito y de Boyle. Fue así como las antiguas especulaciones acerca de una partícula dura e indivisible fueron lentamente reemplazadas por una teoría científica basada en resultados experimentales y en deducciones matemáticas. Pero fueron necesarios más de 2000 años antes que los físicos modernos comprendieran que el átomo es *divisible*, y que no es ni duro, ni sólido, ni inmutable.

¹ Redescubierta en 1672 en forma independiente por el físico francés Edme Mariotte.

Gracias por visitar este Libro Electrónico

Puedes leer la versión completa de este libro electrónico en diferentes formatos:

- HTML(Gratis / Disponible a todos los usuarios)
- PDF / TXT(Disponible a miembros V.I.P. Los miembros con una membresía básica pueden acceder hasta 5 libros electrónicos en formato PDF/TXT durante el mes.)
- Epub y Mobipocket (Exclusivos para miembros V.I.P.)

Para descargar este libro completo, tan solo seleccione el formato deseado, abajo:

