



# PRINCIPIOS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA Y ÁLGEBRA LINEAL

Segunda Edición

Luis Aldana

Ing. en Cs. de la Comp.

**BUBOK.com**



---

PRINCIPIOS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA Y ÁLGEBRA LINEAL.

---

Segunda Edición.

Luis Aldana.

—2008—

—3—

Ilustración de portada: Ing. Luis Aldana, 2008.

Primera edición: Diciembre 2003.

Segunda edición: Octubre 2008.

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita del autor, bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidas la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución de ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo públicos.

Agradecimiento especial a ©www.bubok.com por la distribución de esta obra.

Esta obra ha sido patrocinada por ©www.radioenaltavoz.mx.gd

Comentarios o solicitudes en ©www.lafa.mx.gd

©2008 Todos los Derechos Reservados.

# Contenido

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1. INTRODUCCIÓN.....</b>                                  | <b>5</b>  |
| <b>2. ESPACIO VECTORIAL.....</b>                             | <b>6</b>  |
| <b>3. LA LÍNEA RECTA.....</b>                                | <b>9</b>  |
| 3.1. Concepto de Línea Recta.....                            | 9         |
| 3.2. Pendiente de una recta.....                             | 10        |
| 3.3. Ecuación de la recta.....                               | 10        |
| 3.4. Forma simétrica de la ecuación de la recta.....         | 11        |
| 3.5. Rectas y vectores.....                                  | 11        |
| <b>4. LA CIRCUNFERENCIA.....</b>                             | <b>13</b> |
| 4.1. Forma general de la ecuación de una circunferencia..... | 13        |
| 4.2. Tangente a una circunferencia.....                      | 14        |
| <b>5. TANGENTE A UNA CURVA.....</b>                          | <b>15</b> |
| <b>6. LA PARÁBOLA.....</b>                                   | <b>16</b> |
| <b>7. LA ELIPSE.....</b>                                     | <b>18</b> |
| <b>8. LA HIPÉRBOLA.....</b>                                  | <b>20</b> |
| <b>9. ASÍNTOTAS.....</b>                                     | <b>22</b> |
| <b>10. SUBTANGENTE Y SUBNORMAL.....</b>                      | <b>23</b> |
| <b>11. ECUACIÓN GENERAL DE SEGUNDO GRADO.....</b>            | <b>25</b> |

|  |           |
|--|-----------|
| <b>12. TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS.....</b>            | <b>26</b> |
| 12.1. Traslación de ejes de coordenadas.....             | 26        |
| 12.2. Rotación de ejes de coordenadas.....               | 26        |
| <b>13. COORDENADAS POLARES.....</b>                      | <b>27</b> |
| <b>14. LUGAR GEOMÉTRICO.....</b>                         | <b>28</b> |
| 14.1. Lugar geométrico de la recta en 3 dimensiones..... | 28        |
| 14.2. Ecuaciones paramétricas.....                       | 28        |
| <b>15. DISTANCIA DE UN PUNTO A UNA RECTA.....</b>        | <b>30</b> |
| <b>16. EL PLANO.....</b>                                 | <b>31</b> |
| <b>17. LA ESFERA.....</b>                                | <b>32</b> |
| 17.1. Coordenadas esféricas.....                         | 32        |
| <b>18. SUPERFICIES.....</b>                              | <b>33</b> |
| 18.1. Construcción de una superficie.....                | 33        |
| <b>19. TEMA DE APLICACIÓN.....</b>                       | <b>36</b> |
| 19.1. Construcción de volúmenes.....                     | 36        |
| <b>20. REFERENCIAS.....</b>                              | <b>39</b> |

## 1. INTRODUCCIÓN.

La primera edición de este manual la realicé hace ya casi cinco años, en ese entonces me encontraba estudiando la materia Geometría Analítica y Álgebra Lineal en la Universidad. El motivo principal fue resumir y explicar lo mejor posible todos aquellos conceptos que nos resultan un dolor de cabeza a muchos estudiantes.

Me dio mucho gusto que la primera entrega tuviera bastante éxito, este trabajo ha sido leído y descargado de Internet por cientos, o tal vez hasta miles de estudiantes de secundaria, preparatoria y universidad, aunque la idea original era dirigirlo hacia universitarios.

En esta segunda edición he revisado mucho del formato y los conceptos que presenté con anterioridad debido, precisamente, a la gran cantidad de estudiantes a los que ha ayudado, ahora, es común ver a una persona que cursa la materia de Geometría Analítica y Álgebra Lineal, o alguna equivalente, auxiliarse en este trabajo.

Este manual es ideal como guía de referencia para estudiantes de secundaria, preparatoria y universitarios de las carreras de Físico-Matemáticas, Química, Ciencias de la Computación, o similares.

Aquí se explican desde conceptos sencillos tales como el de espacio vectorial, línea recta, circunferencia; y otros más avanzados como tangente a una curva, parábolas, elipses, hipérbolas, asíntotas, subtangentes y subnormales, ecuaciones generales de segundo grado, transformación de coordenadas, coordenadas polares, lugares geométricos, entre otros.

Una de las preguntas más frecuentes cuando alguien estudia estos temas es: ¿y para qué me serviría todo esto?. Hay estudiantes que se hartan de estudiar estos conceptos y no ver su utilidad real. por ello, al final de este manual, presento un capítulo dedicado a temas de aplicación donde se muestran dos ejemplos que podrían dar respuesta a la pregunta anterior.

También presento dos libros de referencia que pueden ser muy útiles para ampliar aquellos conceptos que tal vez no todos los lectores entiendan o que estén fuera del alcance de este manual.

Espero que esta guía tenga el mismo o mayor éxito que la primera y sobre todo, que ayude a la mayor cantidad de estudiantes a comprender y analizar estos y muchos otros conceptos dentro de las matemáticas y que son puntos de partida para muchas carreras universitarias relacionadas con las ciencias naturales y exactas.

***El Autor.***



## 2. ESPACIO VECTORIAL.

Es un **conjunto arbitrario diferente del vacío en el cual se han definido dos operaciones: adición y producto por un número. Un conjunto es una colección de objetos que está bien definida**, por definida, entendemos que siempre es posible saber si un elemento o no pertenece a una colección o conjunto.

Algunos ejemplos de espacios vectoriales son:

Con las operaciones usuales los siguientes conjuntos se constituyen como espacios vectoriales: Matrices de  $n \times n$ ;  $P(n)$  (polinomios), funciones continuas,  $\mathbb{R}^n$  (producto cartesiano). Por ahora consideraremos el conjunto  $\mathbb{R}^2 = \{ (x, y) \mid \dots \}$  y veremos las siguientes operaciones:

Sea un vector  $\hat{u} = (x_1, y_1)$  y  $\hat{v} = (x_2, y_2)$  y  $k$  un escalar —o constante—, entonces, definimos las siguientes operaciones:

- **Adición:**  $\hat{u} + \hat{v} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$
- **Producto por un escalar:**  $k\hat{u} = (kx_1, ky_1)$
- **Producto de vectores:**  $\hat{u}\hat{v} = x_1x_2 + y_1y_2$

Y además se satisfacen los siguientes axiomas:

Sean vectores denotados como  $\hat{u}$ ,  $\hat{v}$  y  $\hat{w}$  y  $a$ ,  $b$ ,  $c$  escalares, entonces:

1.  $\hat{u} + \hat{v} = \hat{v} + \hat{u}$
2.  $(\hat{u} + \hat{v}) + \hat{w} = \hat{u} + (\hat{v} + \hat{w})$
3.  $\hat{u} + 0 = 0 + \hat{u} = \hat{u}$
4.  $\hat{u} + (-\hat{u}) = 0$

$$5. a(b^{\wedge}u) = (ab)^{\wedge}u = ^{\wedge}u(ab)$$

$$6. a(^{\wedge}u + ^{\wedge}v) = a^{\wedge}u + a^{\wedge}v$$

$$7. (a + b)^{\wedge}u = a^{\wedge}u + b^{\wedge}v$$

$$8. 1^{\wedge}u = ^{\wedge}u$$

$$9. ^{\wedge}u \cdot ^{\wedge}v = ^{\wedge}v \cdot ^{\wedge}u$$

$$10. ^{\wedge}u(^{\wedge}v + ^{\wedge}w) = ^{\wedge}u \cdot ^{\wedge}v + ^{\wedge}u \cdot ^{\wedge}w$$

$$11. c(^{\wedge}u^{\wedge}v) = (c^{\wedge}u)^{\wedge}v = ^{\wedge}u(c^{\wedge}v)$$

$$12. 0 \cdot ^{\wedge}u = 0$$

$$13. ^{\wedge}u \cdot ^{\wedge}u = |^{\wedge}u|^2$$

$$14. \text{Dos vectores son perpendiculares si y sólo si, } ^{\wedge}u \cdot ^{\wedge}v = 0$$

En  $\mathbb{IR}^2$  ó  $\mathbb{IR}^3$  cuando consideramos un punto  $(x, y)$  cualquiera y lo representamos gráficamente en el plano cartesiano trazando una línea desde el origen, recibe el nombre de **vector de posición** o **vector anclado**. Además, si el vector  $^{\wedge}u$  es elemento de  $\mathbb{IR}^2$ , entonces  $^{\wedge}u = (x, y)$ .

En la figura 2.1  $^{\wedge}u$  es un vector anclado, observemos los demás elementos que componen dicha gráfica:

## Gracias por visitar este Libro Electrónico

Puedes leer la versión completa de este libro electrónico en diferentes formatos:

- HTML(Gratis / Disponible a todos los usuarios)
- PDF / TXT(Disponible a miembros V.I.P. Los miembros con una membresía básica pueden acceder hasta 5 libros electrónicos en formato PDF/TXT durante el mes.)
- Epub y Mobipocket (Exclusivos para miembros V.I.P.)

Para descargar este libro completo, tan solo seleccione el formato deseado, abajo:

